

# Eesti koolinoorte LX täppisteaduste olümpiaad

## MATEMAATIKA KOOLIVOOR

Tallinnas, 27. novembril 2012. a.

XI klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Leia murdvõrrandi  $\frac{x^2 + x - 5}{x} + \frac{3x}{x^2 + x - 5} + 4 = 0$  reaalarvulised lahendid ning teosta pisteliselt ühe lahendi kontroll.
2. On antud 2012 täisarvu, kusjuures suvaliselt valitud 2011 arvu summa jagub arvuga 2012. Tõesta, et kõik antud arvud jaguvad arvuga 2012.
3. Ringjoone keskpunkt asub sirgel  $y = x$  ja ta läbib punkte  $(5;0)$  ning  $(1;8)$ . Leia selle ringjoone võrrand ja tee joonis.
4. Kaks ringjoont raadiustega  $\frac{r}{2}$  ja  $r$  puudutavad teineteist väliselt. Väiksema ringjoone keskpunktist on tõmmatud sirglõik pikkusega  $3r$  nii, et see moodustab ringjoonte keskpunkte ühendava sirglõiguga nurga  $30^\circ$ . Leia, kui suur osa tõmmatud sirglõigust jääb ringide välispiirkondadesse?
5. Ringis istuvad 25 inimest, kusjuures iga inimene räägib alati tõtt või alati valetab. On teada, et iga valetaja kahe naabri seas on täpselt üks valetaja. Küsitluse järel selgus, et 8 inimest vastasid, et nende kõrval istub täpselt üks valetaja, ülejäänud vastasid, et mõlemad naabrid on valetajad. Mitu valetajat istub ringis?